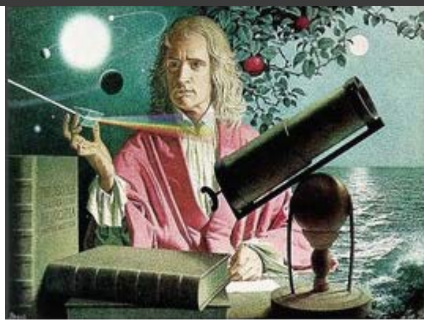
SciencesOz

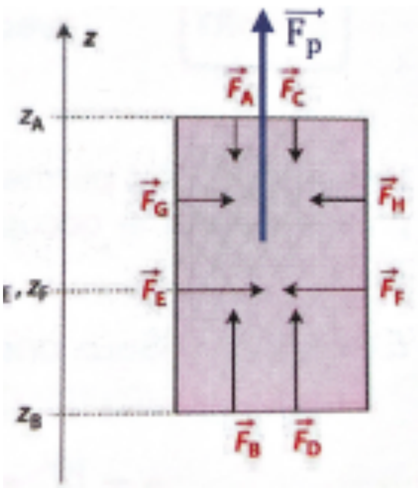


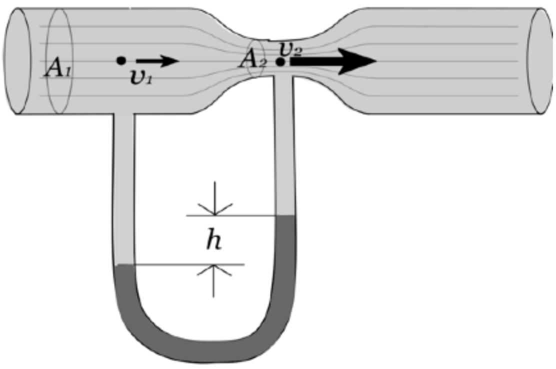
Spécialité T^{ale}

P11
Modélisation de l'écoulement d'un fluide

I. La poussée d'Archimède

II. L'écoulement d'un fluide



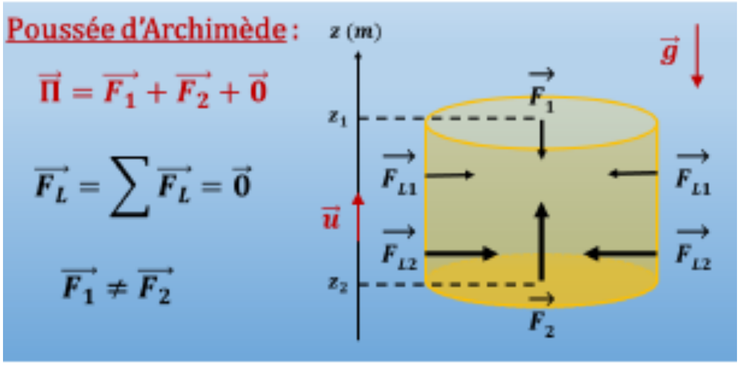


Nadia LAVOIGNAT
Lycée Ozanam MACON

P11 - MODELISATION DE L'ECOULEMENT D'UN FLUIDE

I. <u>La poussée d'Archimède</u>

1. Origine de la poussée d'Archimède



Sur toute surface d'un corps immergé dans un fluide, une force de pression (ou force pressante) s'exerce perpendiculairement à cette surface, vers l'intérieur du corps immergé.

Cette force pressante F qui s'exerce sur une surface S dépend de la pression p dans le fluide car F = p x S par définition de la pression.

Or plus la profondeur augmente, plus la pression augmente. Il en résulte que la pression exercée sur les différentes surfaces d'un corps immergé n'est pas la même partout.

La poussée d'Archimède est la résultante de ces forces pressantes.

2. Expression de la poussée d'Archimède

La poussée d'Archimède $\vec{\Pi}$ s'applique au centre de gravité de la partie immergé du corps.

$$\boxed{\vec{\Pi} = -\rho_{fluide} \times V_{immerge} \times \vec{g}}$$

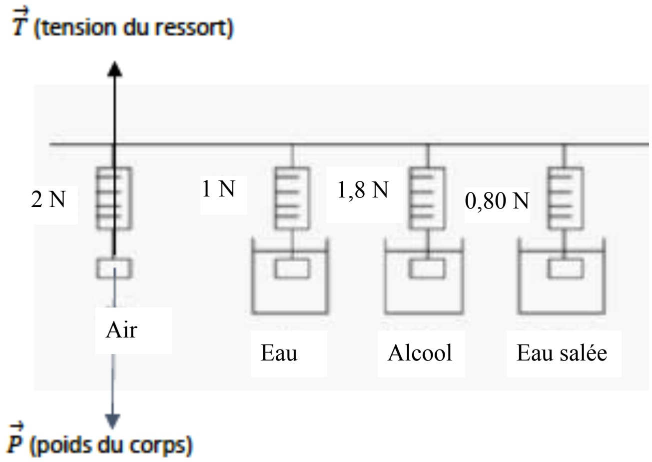
$\vec{\Pi}$: Poussée d'archimède, verticale, vers le haut, intensité Π en Newton (N)
ρ_{fluide} : masse volumique du fluide en kg.m^{-3}
$V_{immerge}$: Volume de la partie immergée en m^3
$\vec{g}$: Champ de pesanteur uniforme terrestre, verticale, vers le bas, intensité g = 9,81 m.s^{-2}

L'intensité de la poussée d'Archimède est égale au poids du fluide déplacé.

3. Applications

1. Représenter les forces s'exerçant sur le solide à l'équilibre dans les différents cas de figures suivantes : On considérera que la poussée d'Archimède dans l'air est négligeable par rapport au poids du corps.

Quel liquide est le moins dense ?
Justifier.



2. ***Glaçon flottant dans un verre d'eau :*** Un glaçon immobile, de volume V_{glace} = 4,8 cm^3, flotte à la surface d'un verre d'eau. Son volume immergé est V_{imm} = 4,3 cm^3. La masse volumique de l'eau est ρ_{eau} = 1,0 g.cm^{-3}, celle de la glace est ρ_{glace} = 0,90 g.cm^{-3} et l'intensité de la pesanteur est g = 9,81 m.s^{-2}.

- Calculer l'intensité de la poussée d'Archimède exercée par l'eau sur le glaçon
- Une fois le glaçon fondu, le niveau de l'eau dans le verre sera-t-il plus faible, plus élevé ou identique ?

II. <u>L'écoulement d'un fluide</u>

1. Débit volumique

Rappel : Un fluide peut être considéré comme étant formé d'un grand nombre de particules matérielles, très petites et libres de se déplacer les unes par rapport aux autres. Un fluide est donc un milieu matériel continu, déformable, sans rigidité et qui peut s'écouler. Parmi les fluides, on fait souvent la distinction entre liquides (incompressibles) et gaz (compressibles).

Le débit volumique D_v est la grandeur physique qui quantifie le volume de fluide qui traverse une section S donnée par unité de temps.

En d'autres termes, le débit volumique est le volume de fluide, en m^3, qui traverse une surface S pendant une seconde.

$$\boxed{D_v = \frac{V}{\Delta t}}$$

D_v : Débit volumique en m^3.s^{-1}
V : Volume de fluide en m^3
Δt : Temps en s

2. Vitesse du fluide

Si l'on considère un fluide qui s'écoule à la vitesse v dans un tube cylindrique de section S, le volume de fluide qui traverse la section S pendant la durée Δt est tel que V = S x L = S x v x Δt

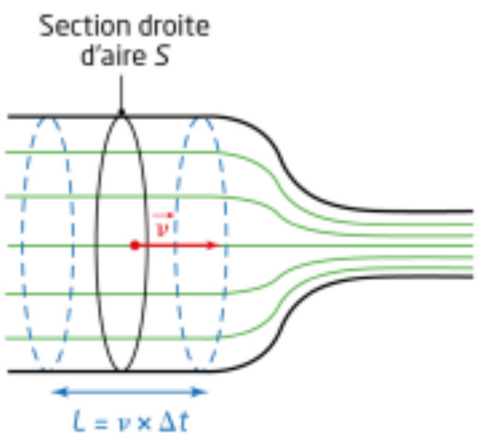
Le débit volumique s'exprime donc par :

$$D_v = \frac{V}{\Delta t} = \frac{S \times v \times \Delta t}{\Delta t} = S \times v$$

Débit volumique et vitesse d'écoulement sont donc liés par la relation :

$$\boxed{D_v = S \times v}$$

D_v : Débit volumique en m^3.s^{-1}
S : Surface traversée en m^2
v : vitesse d'écoulement en m.s^{-1}



3. Equation de continuité

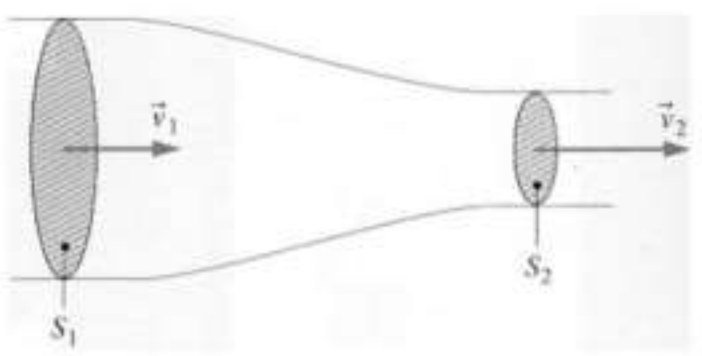
- Un régime d'écoulement est dit **permanent** ou **stationnaire** si les paramètres qui le caractérisent (pression, température, vitesse, masse volumique, ...), ont une valeur constante au cours du temps.
- Dans le cas d'un **écoulement isochore** (V = Cte) : En régime permanent, le débit volumique est le même à travers toutes les sections droites d'un même tube de courant.

$$D_{v_1} = D_{v_2}$$

- Si le fluide s'écoule avec la vitesse $\vec{v_1}$ à travers une section S_1 et avec une vitesse $\vec{v_2}$ à travers une section S_2 :

L'équation de continuité des débits s'écrit : $v_1 \times S_1 = v_2 \times S_2$

Cette équation permet par exemple, de déterminer la vitesse v_2 d'un fluide dans une section si l'on connait v_1, S_1 et S_2.

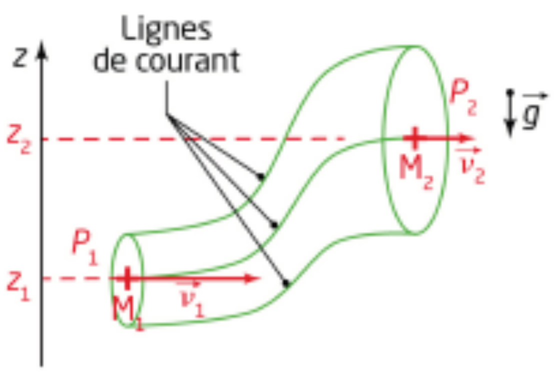


4. Relation de Bernoulli

- Soit **l'écoulement permanent d'un fluide incompressible parfait** (pas de frottements, pas de tourbillons) de masse volumique ρ entre les sections S_1 et S_2, entre lesquelles ne se trouve aucune pompe, ni aucune turbine.
- En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à ce fluide entre les instants t et t + Δt (la variation d'énergie cinétique est égale à la somme des travaux des forces extérieures : poids et forces pressantes), on obtient **la relation de Bernoulli** :

$$\boxed{p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z = constante}$$

P : Pression en Pa
ρ : Masse volumique du fluide en $kg.m^{-3}$
v : Vitesse d'écoulement en $m.s^{-1}$
g : Intensité de la pesanteur en $m.s^{-2}$
z : Altitude en m

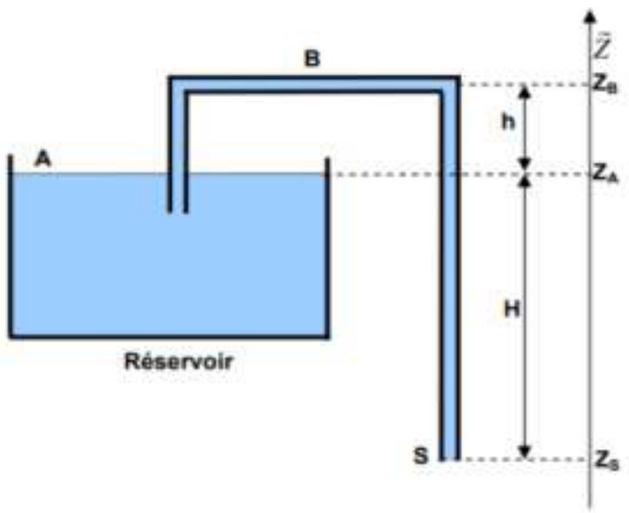


Dans le cas de la figure ci-contre, l'équation de Bernoulli s'écrit :

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2$$

Applications :

1. Montrer que chaque terme de l'équation de Bernoulli a la dimension d'une pression.
2. **Le réservoir d'eau :**



Un grand réservoir d'eau est équipé d'un tube fin en U comme indiqué sur la figure ci-contre.
La pression atmosphérique est identique en A et en S.
La hauteur H est égale à H = 2,45 m.
La hauteur h est égale à h = 0,65 m.
Le diamètre du tube en S est égale à d = 1,00 cm
L'intensité de la pesanteur est $g = 10$ m.s^{-2}

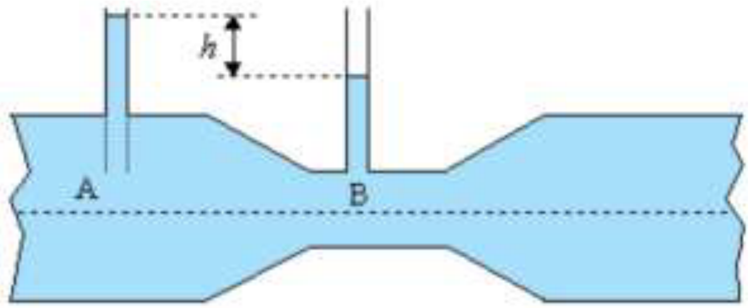
Question préliminaire :
Dans ce cas de figure, on considère que la vitesse de l'eau en A, v_A est nulle. Justifier cette hypothèse.

a. Ecrire l'équation de Bernoulli entre les points A et S et en déduire la vitesse v_S de l'eau qui sort en S.

b. Calculer le débit volumique au point S.

3. **L'effet Venturi**

Le schéma ci-dessous représente la coupe d'une canalisation. Un conduit de section principale S_A subit un étranglement en B où sa section est S_B.



Les points A et B sont à la même altitude : $z_A = z_B$.

Le théorème de Bernoulli s'écrit :

$$p_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 = p_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2$$

- Montrer que $p_A > p_B$.